

ГОУ ВПО «ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Кафедра Компьютерных технологий

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по научно-методической
и учебной работе

 Е.И. Скафа
« 22 апреля 2020 г.



Рабочая программа учебной дисциплины
«Вычислительная математика»

Направление подготовки: **09.03.01 Информатика и вычислительная техника**

Профиль подготовки: **Информатика и вычислительная техника**

Образовательная программа: **Бакалавриат**

Квалификация: **академический бакалавр**

Форма обучения: **очная, заочная, в том**
числе с ускоренным сроком обучения

Донецк 2020

УТВЕРЖДАЮ:

Декан физико-технического факультета
 _____ Фоменко С.А.

«17» апреля 2020 г.

М.П.



Программа учебной дисциплины **«Вычислительная математика»** составлена на основе Государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования (ГОС ВПО) по направлению подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, утверждённого приказом Министерства образования и науки ДНР от «21» января 2016 г. №31»; «Порядка организации учебного процесса в образовательных организациях высшего профессионального образования Донецкой Народной Республики», утверждённого приказом Министерства образования и науки ДНР №1171 от «10» ноября 2017 г.»; учебного плана и основной образовательной программы высшего профессионального образования направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, разработанных в ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет».

Разработчик:

д. ф.-м. н., проф.

Толстых В.К.

Программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры компьютерных технологий

Протокол № 12 от «2» апреля 2020 г.

Зав. кафедрой компьютерных технологий

Ермоленко Т.В.

Программа учебной дисциплины одобрена учебно-методической комиссией физико-технического факультета

Протокол № 5 от «15» апреля 2020 г.

Председатель учебно-методической комиссии
 физико-технического факультета

Котенко В.Н.

1. Область применения и место дисциплины в учебном процессе

Учебная дисциплина «Вычислительная математика» относится к базовой части профессионального блока и состоит из двух содержательных модулей: модуль 1 – «Линейные системы, обработка экспериментальных данных», модуль 2 – «Интегрирование, дифференцирование».

Основывается на базе дисциплин: «Основы программирования», «Математика». Является основой для изучения дисциплин: «Программирование», «Объектно-ориентированное программирование», «Программирование на языках низкого уровня», «Программирование и алгоритмизация», «Базы данных».

2. Нормативные ссылки (при необходимости)

3. Структура дисциплины (модуля)

Характеристика учебной дисциплины	очная форма обучения на базе		*заочная форма обучения на базе		
	СОО	СПО (сокращ.)	СОО	СПО (сокращ.)	ВПО (сокращ.)
Направление подготовки	09.03.01 Информатика и вычислительная техника				
Профиль	Информатика и вычислительная техника				
Количество содержательных модулей (тем)	2 (6)				
Дисциплина базовой / вариативной части образовательной программы ¹	Профессиональный блок. Вариативная часть				
Формы контроля	текущие, 1 модульный контроль, экзамен				
Показатели	очная форма обучения на базе		*заочная форма обучения на базе		
	СОО	*СПО (сокращ.)	СОО	СПО (сокращ.)	ВПО (сокращ.)
Количество зачётных единиц (кредитов)	4	4	4	4	
Количество часов	144	144	144	144	
Год подготовки	3	3	2	2	
Семестр	5	5	3	3	
Количество часов	72	72	14	14	
- лекционных	36	36	6	6	
- практических, семинарских					
- лабораторных	36	36	8	8	
- самостоятельной работы	72	72	130	130	
в т.ч. индивидуальное задание					
Недельное количество часов, т.ч.					
аудиторных	4	4	14	14	

СОО – среднее общее образование

СПО – среднее профессиональное образование

ВПО – высшее профессиональное образование

4. Описание дисциплины

Цели и задачи

Цель – формирование у студентов знаний основ вычислительной математики и умений применять полученные алгоритмы и методы при численном решении, программировании конкретных прикладных задач.

Задачи – познакомить с правилами вычислений с вещественными числами на компьютерах, дать основы вычислительных алгоритмов для решения систем линейных уравнений, численного интегрирования и дифференцирования, интерполирования, численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Требования к результатам освоения дисциплины:

Дисциплина нацелена на формирование *общекультурных компетенций* (ОК-7), *общепрофессиональных* (ОПК-1, ОПК-4), *профессиональных компетенций* (ПК-2, ПК-5) выпускника.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен

Знать:

основные понятия, их особенности, вычисленные алгоритмы и их погрешности при реализации на компьютере.

Уметь:

применять вычислительные методы для практического решения на компьютере систем линейных уравнений, интегрирования и дифференцирования, интерполирования, решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

Владеть:

навыками: программирования выражений с вещественными числами, программирования вычислительных алгоритмов.

5. Содержание дисциплины (модуля) и формы организации учебного процесса

Порядковый номер и тема	Краткое содержание темы
	<i>Содержательный модуль 1</i> Линейные системы, обработка экспериментальных данных
Тема 1. Числа с плавающей точкой.	Погрешности вычислений на современных компьютерах (исчезновение, переполнение, округление). Примеры некорректных округлений. Неустойчивость вычислительных алгоритмов. Примеры неустойчивых алгоритмов
Тема 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.	Метод Крамера, метод обращения матрицы, метод Гаусса, метод прогонки, итерационные методы (метод Якоби)
Тема 3. Интерполирование	Интерполирование алгебраическим многочленом (многочлен в форме Лагранжа). Сходимость интерполяционного процесса. Интерполирование кубическими сплайнами. Сходимость интерполяционного процесса. Другие задачи интерполирования (тригонометрическая интерполяция, дробно-линейная).
	<i>Содержательный модуль 2</i> Интегрирование, дифференцирование
Тема 4. Численное интегрирование	(квадратурные формулы). Общие понятия. Формула прямоугольников, вывод погрешности формулы прямоугольников. Формула трапеций. Формула Симпсона (парабол).

	Апостериорная оценка погрешности численного интегрирования методом Рунге. Неквадратурные формулы численного интегрирования - метод Монте-Карло.
Тема 5. Численное дифференцирование	оценка погрешностей аппроксимаций. Влияние вычислительных погрешностей, оптимальный шаг дифференцирования.
Тема 6. Численные методы решения дифференциальных уравнений.	Обыкновенные дифференциальные уравнения. Метод Эйлера для задачи Коши. Методы Рунге-Кутты 2-го и 4-го порядка. Понятие устойчивости разностных методов. Явные и неявные схемы и их устойчивость. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений. Жесткие системы дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения высокого порядка. Дифференциальные уравнения в частных производных. Типы уравнений: параболические, эллиптические, гиперболические, их смысл. Конечно-разностные схемы для численного решения уравнений.

Курс дисциплины «Вычислительная математика» предусматривает следующие **формы организации учебного процесса:**

1. лекции;
2. лабораторные занятия;
3. самостоятельная работа студента.

Электронные материалы по всем формам организации учебного процесса размещены на сайте <http://tolstykh.com>.

По источнику передачи и восприятия учебной информации используются словесные (лекция, беседа), наглядные (иллюстрация, демонстрация), практические (исследования, упражнения, лабораторные работы) методы.

По характеру познавательной деятельности студентов используются объяснительно-иллюстративные и репродуктивные методы, проблемное преподавание, частично-поисковый и исследовательский методы.

В зависимости от основной дидактической цели и задач используются методы устного изложения знаний, закрепление учебного материала, самостоятельной работы студентов по осмыслению и усвоению нового материала, работы по применению знаний на практике и выработке умений и навыков, проверки и оценки знаний, умений и навыков.

Используются следующие методы контроля:

1. устный контроль (экспресс-опрос на лекциях);
2. защита лабораторных работ;
3. проверка самостоятельных работ;
4. модульные контрольные работы;
5. итоговый тест (экзаменационные билеты).

Тематический план

Названия содержательных модулей и тем	Количество часов																						
	Очная форма						Заочная форма																
							на базе общего среднего образования						на базе среднего профессионального образования					на базе высшего профессионального образования					
	всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.					всего	В Т.Ч.			
лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	лабораторные	самостоятельная работа	индивидуальная работа	лекции		практические	самостоятельная работа	индивидуальная работа	
Тема 1.	21	3		6	12		20	1		2	17		20	1		2	17		20	1		2	17
Тема 2.	26	8		6	12		25	1		2	22		25	1		2	22		25	1		2	22
Тема 3.	25	7		6	12		23	1		1	21		23	1		1	21		23	1		1	21
Итого по 1-му модулю	72	18		18	36		68	3		5	60		68	3		5	60		68	3		5	60
Тема 4.	24	6		6	12		27	1		1	25		27	1		1	25		27	1		1	25
Тема 5.	24	6		6	12		25	1		1	23		25	1		1	23		25	1		1	23
Тема 6.	24	6		6	12		24	1		1	22		24	1		1	22		24	1		1	22
Итого по 2-му модулю	72	18		18	36		76	3		3	70		76	3		3	70		76	3		3	70
Всего:	144	36		36	72		144	6		8	130		144	6		8	130		144	6		8	130

6. Темы семинарских занятий

Семинарские занятия не предусмотрены

7. Темы практических занятий

Практические занятия не предусмотрены

8. Темы лабораторных занятий

- 1) Вычисления с плавающей точкой: определение машинного нуля и машинной бесконечности; построение вычислительных алгоритмов, предотвращающих переполнение и катастрофическую потерю верных знаков, на примере ряда Тейлора для функции ошибок.
- 2) Решение системы линейных уравнений методом Гаусса с выбором главного элемента.
- 3) Интерполирование функции полиномом Лагранжа и кубическими сплайнами.
- 4) Вычисление определенного интеграла по методу Симпсона с контролем точности по методу Рунге.
- 5) Численное решение задачи Коши по методу Эйлера и Рунге-Кутты 4-го порядка.

9. Самостоятельная работа

Самостоятельная работа студентов по курсу «Вычислительная математика» осуществляется по материалам сайта <http://tolstykh.com> и предусматривает:

- повседневное изучение лекционного материала и содержания учебной литературы, рекомендуемые этой программой и рабочим учебным планом;
- подготовку к лабораторным занятиям;
- своевременное и качественное оформление отчётов по лабораторным работам.
- самостоятельную разработку алгоритмов и текстов программ лабораторных работ.

10. Индивидуальные задания

Индивидуальные задания не предусмотрены

11. Контрольные вопросы к промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится по тестовым расчётным заданиям (см. п.13).

12. Образец экзаменационного билета

Ниже приведен образец экзаменационного билета.

ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет»

Образовательно-квалификационный уровень _____ бакалавр _____

Направление подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Учебная дисциплина Вычислительная математика Семестр 5

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Применить формулы, алгоритм метода Гаусса и решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 5x_2 + 7x_3 + 3x_1 = 11 \\ -3x_2 + x_1 + 2x_3 = -10 \\ 5x_3 + 2x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Что такое главный элемент в методе Гаусса?... и др. вопросы из лабораторной работы.

2. При помощи интерполяционного многочлена Лагранжа найти значение $f(x)$ в точке $x=1.5$ по значениям функции $f(x_0=0)=5$, $f(x_1=1)=2$, $f(x_2=2)=8$.

Что такое интерполяция, экстраполяция?... и др. вопросы из лабораторной работы.

3. Найти значение определенного интеграла и проиллюстрировать решение методом трапеций с шагом $h = 3$:

$$I = \int_0^9 x^3 - \frac{x^2 + 1}{2} dx.$$

В чём суть метода Монте-Карло?... и др. вопросы из лабораторной работы.

4. Найти значение центральной производной: $\left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=7}$, $v(x) = \frac{x^3 - x^2}{x - 1}$, шаг $h = 2$.

Какова погрешность разных формул численного дифференцирования?... и др. вопросы из лабораторной работы.

5. Решить задачу Каши методом Эйлера и нарисовать приблизительное решение:

$$\frac{dv}{dx} = vx, \quad v_0 = 2, \quad x \in [0, 3], \quad \text{шаг сетки } h = 1.$$

Что такое явные и неявные конечно-разностные схемы?... и др. вопросы из лабораторной работы.

13. Образец тестового расчётного задания для экзамена и модуля

1. Применить формулы, алгоритм метода Гаусса и решить систему 3-х линейных

уравнений:
$$\begin{cases} 2x_2 + 7x_1 + 5x_3 = 25 \\ 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 31 \\ x_3 + 8x_1 + 9x_2 = 46 \end{cases}$$

2. При помощи интерполяционного многочлена Лагранжа найти значение функции $f(x)$ в точке $x=0.5$ по значениям функции $f(x_0=0)=8$, $f(x_1=1)=2$, $f(x_2=2)=1$.

3. Найти значение определенного интеграла (методом трапеций/парабол) с шагом $h = 3$ и

проиллюстрировать решение:
$$I = \int_0^9 \frac{x^2 + 1}{2} dx$$

4. Найти численно значение центральной производной на удобной для Вас сетке и сравнить

с точным (аналитическим) значением: $\left. \frac{dv}{dx} \right|_{x=5}$, $v(x) = \frac{x+2}{x-2}$.

5. Решить задачу Каши методом Эйлера и нарисовать приблизительное решение:

$$\frac{dv}{dx} = vx, \quad v_0 = 2, \quad x \in [0, 3], \quad \text{шаг сетки } h = 1.$$

6.

14. Критерии оценивания

Шкала ECTS	Оценка по 100-балльной шкале, которая действует в ДонНУ	Оценка по государственной шкале (экзамен, дифференцированный зачёт)	Оценка по государственной шкале (зачёт)
A	90-100	5 (отлично)	зачтено
B	80-89	4 (хорошо)	зачтено
C	75-79	4 (хорошо)	зачтено
D	70-74	3 (удовлетворительно)	зачтено
E	60-69	3 (удовлетворительно)	зачтено
FX	35-59	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи	не зачтено
F	0-34	2 (неудовлетворительно) с возможностью повторной сдачи при условии обязательного набора дополнительных баллов	не зачтено

Согласно модульному принципу организации учебного процесса содержание дисциплины «Вычислительная математика» включает в себя два зачётных модуля. Каждый зачётный модуль состоит из тестовых и расчётных заданий, выполнение которых требует овладения теорией и практикой в указанном в модуле объёме.

Оценка знаний студентов проводится по 100-балльной шкале согласно следующим критериям:

Зачётные модули	Форма контроля, баллы	Итого баллы
Содержательный модуль 1	Первые две лаб. работы, до 10 каждая.	20
	Модульная контрольная работа, заданий 2 до 5 каждое.	10
	Итого за модуль 1	30
Содержательный модуль 2	Последние три лаб. работы, до 10 каждая.	30
	Модульная контрольная работа, заданий 3 до 5 каждое.	15
	Итого за модуль 2	45
Экзамен	Контрольная работа, вопросов 5 до 7 каждый.	25
Общий итог		100

Если лаб. работы 2-5 выполняются в виде расчётных заданий с ответами на контрольные вопросы, то максимальный балл уменьшается до **7**.

15. Материально-техническое обеспечение учебного процесса

Для проведения лекционных занятий требуется аудитория на поток, оборудованная флوماстерной или меловой доской.

Для проведения лабораторных занятий по дисциплине необходим оборудованный ПЭВМ или ноутбуками компьютерный класс с возможностью выхода в Интернет.

16. Рекомендованная литература

Основная

1. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П. Кобельков Г.М. Численные методы / Учебн. пособие- М.: Наука, 1988.- 631с.
2. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений. М.: Мир, 1980.- 280с.

Дополнительная

3. В. К. Толстых. Инструкции и методические указания к выполнению лабораторных работ http://tolstykh.com/Courses/Computational_math
4. В. К. Толстых. Численные методы – демонстрационные лабораторные работы. – http://tolstykh.com/Courses/Computational_math.
5. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики / Учебн. пособие- М.: Наука, 1980.- 535с.
6. Самарский А.А. Введение в численные методы / Учебн. пособие- М.: Наука, 1982.- 271с.
7. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы / Учебн. пособие- М.: Наука, 1989.- 430с.

17. Информационные ресурсы

8. В. К. Толстых. Вычислительные методы – <http://tolstykh.com/>.

18. Программное обеспечение

9. Необходим доступ в сеть Интернет.
10. Microsoft Visual Studio или Python, или Delphi, любых версий.